

Title	ふろべにうす多元環ニツイテ補足（二） [Branerノ 疑問ヘノ反例]
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 211 p.89-p.93
Issue Date	1941-03-15
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74841
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

911. ふろべにうす多元環=ツイテ補足(二)

[Branner / 疑問へ / 反例]

中山 正 (阪大)

フロベニウス環 (F 環) / 実例トシテ有用ナモノハ、
マッ第一ニ有限群 / 群環 (タビシ基礎体ハ素標数体ヲヨ
ク、勿論ソノ場合が興味アル場合ヲアル) (Part I, § 9)
ガアリ、更ニ Grassmann-Cartan / outer diff.
forms / 環ガアル (Part II, § 1), (丁度西三日前ニ
未タ Annals / Hopf / 論文ニモ、コノ環ガ主役ヲシテ
ホル様ヲスネ。 + ホ Alexander / Grating / 所ニ
出テ来ル類似 / 、然レ一寸違フ環モ (有限 / 場合) F 環デア
リマス)

群環ハ單ニ F 環デアルバカリデナク Branner -
Reschitz / 意味ヲ對稱環デアルコトハ云フマデモアリ

マセソ。

サテ、前談話デ F 環ハ左右いでやる束が逆同型デシカ
モ對應スル左右いでやる 1 *dual* + 次元ヲモットデ特徴
ヅケラレルコトヲ述ベマシタ。然ルニ上記ニツノ環ニオイテ
ハ、更ニ他ノ左右いでやる間ノ一對一對應ノアルコトガヨ
ク知ラレテキル。即チ左右いでやる束ノ (*direct* +)
同型。ナゼナラ、コレヲノ環ハ (*involutional* +) 逆
同型ヲモッテキル。即チ群環デハ群ノ元ニソノ逆ヲ對應サ
セタモノデアリ、*outer algebra* = アッテハ、ソレ
ヲ生成スル C_1, C_2, \dots, C_n (タジシ $C_i^2 = 0, C_i C_j$
 $= -C_j C_i$) ヲトレバ $C_{i_1} C_{i_2} \dots C_{i_r} = C_{i_r} \dots C_{i_2} C_{i_1}$
ヲ對應サセレバヨイ。ヨッテ、コノ左右いでやる束間ノ同
型ト、我々ノソノ前述ノ逆同型ヲ組合セバ コレヲノ環ノ左
(又ハ右) いでやる束ハ自己逆同型デアル。

シカシ一般ノ (單 = F 環 + ルノミナラズ) 對稱環ニオイ
テハソノ様ナコトハナシ。ソレハ明ラカデアアル、例ヘバ單純
環デ歪体デナシモノ。ソレテソレニ對應スル歪体が逆同型ヲ
モタヌモノヲ考ヘレバ、スデニソノ片側いでやる束ハ自己逆
同型デナシ。シカシコノ例デハ、環ヲ直既約左いでやるニ分
ケレバ (コノ場合單純左いでやるカガ)、ソノ部分左いで
やるノナ束ハ自己逆同型デアアル。スナハチ正規表現ノ直
既約成分ノ表現加群ノ部分群ノ束ガ自己逆同型デアアル。
然レ、コノ最後ノ性質ヲモタヌ對稱環ヲツクルノモ容易デ

アル。

スナハチ例ハバ *vollprimär* + 對稱環、タジシ *linearisierbar* デナイモノ、シカモソノ根基 = 対スル剩餘歪体が自己逆同型ヲモタヌモノヲツクレバヨイ。

然シナガラ、コレラノ例ハ自己逆同型デナイ歪体ニタヨツテキルノデアツテ、代数的閉体ノ上デハアリ得ナイ。更ニ束トシテハ自己逆同型デハナイガ、シカシソレニ幾分近い上下ノ對稱ヲモツテキル、スナハチ 上カラ及ビ下カラ次々ニ最大完全可約部分ヲツクツテクレバ (スナハチ所謂 *Loewy parts*)、上下ソレゾレ同じ表現デアル。

ソレナラ、(代数的閉体ノ上ニ制限シテトシテ) コノ最後ノ如キ上下ノ對稱性が、或ヒハ更ニ弱メテ上下ノ次々ノ *Loewy parts* ノ 大キサ ガケテモ對稱ニナレト云フヤリナコトヲモ一般ノ對稱環ニ云ヘナイカラウカ?

何モ云ヘルト云フ根拠ガアルワケデモナイノデスガ、ソノ疑問ハ群環ノ例ナド扱ツテキルトフト起キル。現ニ *Brauer* モソノコトガアリハシナイダラウカト云ツテキタノデシタ。

ソノトキ自今モ、ドチラトモ云ヒ兼ねテキタノデスガ、ソシテ反例ヲツクルニモソウ簡單ソウデナイノデ、ズットソノマニニシテキマシタガ、最近ドウヤラ反例が出来マシタカラ御報告イタシマス。

即チ

$$V_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 & \beta_1 \\ \alpha_3 & 0 & \beta_1 \\ \alpha_4 & 0 & 0 & \beta_1 \\ \alpha_5 & \beta_2 & \beta_3 & 0 & \gamma_1 \\ \alpha_6 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 & \gamma_2 & \alpha_1 \end{bmatrix}$$

$$V_2 = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 & \gamma_1 \\ \beta_3 & 0 & \gamma_1 \\ \beta_4 & \gamma_2 & 0 & \alpha_1 \\ \beta_5 & 0 & \gamma_2 & 0 & \alpha_1 \\ \beta_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1 \\ \beta_7 & \gamma_3 & \gamma_4 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \beta_1 \end{bmatrix}$$

$$V_3 = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 & \alpha_1 \\ \gamma_3 & \alpha_2 & \beta_1 \\ \gamma_4 & \alpha_3 & 0 & \beta_1 \\ \gamma_5 & \alpha_5 & \beta_2 & \beta_3 & \gamma_1 \end{bmatrix}$$

トシテ

$$S = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

ナ行列ヲ考ヘル。カ、ル形ノニツノ行列ノ積ハヌカ、ル

形ノ行列ニナルコトハ實際マツテ見レベシカル。(實ハ若シ
實際ニマツテ見ル勞ヲトツテイタゞケレバ、コノ例)

Mechanism がヨリ明カニナルコトニ思ヒマス)。ヨ
ツテカコル行列全体 (α, β, γ , 等ガ独立ニアル体ノ上ヲウ
ゴク トレテ) / ナス、8次元ノ多元環 A ヲ考ヘル。

然ラバ、再ビ實際マツテミレバマカル如ク、 S が實ハ左
正規表現デアリ、 V_1, V_2, V_3 ハソノ直既約成分デアル。而
シテ タトヘバ V_1 ヲ見レバ容易ニワカル如ク、コノ場合前
記ノマウナ *Loewy parts* 間ノ對称性ナド存在シタイ。
然ルニコノ A ハ實ハ對称環デアル。ソレモ實際ニ *para-*
strophic matrix (規準行列) ヲ計算スル勞ヲト
レバヨイ。即チ上ノ $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \beta_1, \dots, \gamma_1, \dots$ / 各
ニドレカヲ 1 ニシテ、他ヲ 0 ニシタトキノ行列ヲソレバレ
 $a_1, a_2, \dots, b_1, \dots, c_1, \dots$ トスレバソレラガ A ノ基
ニナルガ、規準行列ニオケルソレラニツイテノ *parameters*
ヲ $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \mu_1, \dots, \nu_1, \dots$ トスル。ソレテ今
特ニ $\lambda_6 = \mu_7 = \nu_5 \neq 0$, 他ノ λ, μ, ν ハミナ 0 トオ
ケル。ソノ時ノ規準行列ハ *non-singular* デシカモ
對称行列ニナル。